

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики» (СибГУТИ)
Колледж телекоммуникаций и информатики

СЕРИЯ
«В помощь преподавателю и студенту»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНЕЙ
КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«МАТЕМАТИКА»**



Новосибирск 2020

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа учебной дисциплины «Математика» предназначена для реализации государственных требований к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по специальностям среднего профессионального образования и является единой для всех форм обучения.

Учебная дисциплина «Математика» является естественнонаучной, формирующей базовые знания для освоения общепрофессиональных и специальных дисциплин.

Основная задача дисциплины «Математика» для средних специальных заведений состоит в том, чтобы вооружить студентов основными математическими знаниями, умений и навыков в объеме, необходимом для их повседневной практической деятельности, для усвоения общетехнических и специальных предметов, а также для дальнейшего повышения квалификации путем самообразования.

Данные методические указания составлены в соответствии с программой. Они содержат контрольную работу по предмету, методические указания к выполнению каждого задания с решением типовых примеров, перечень литературы, в которой можно найти изучаемые темы.

Аннотацию к рабочей программе дисциплины вы можете посмотреть на сайте www.ncti.ru пройдя по ссылке http://ncti.ru/files/okolledzhe/Obrazovanie/Annotacii/2017/OO/11.02.11_Seti_sviazi_i_sistemy_kommunikacii/Baza_11/annotacii_11.02.11_B11_2017.pdf

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

Общие указания

При выполнении контрольной работы необходимо руководствоваться данными методическими рекомендациями, которые содержат основные вопросы, подлежащие рассмотрению в каждой теме, а также рекомендованной литературой.

Ниже приведены варианты домашней контрольной работы. Студенты выполняют задания своего варианта, который определяют по таблице вариантов.

Контрольное задание состоит из десяти вариантов, в каждом варианте по восемь заданий. Студент должен выполнить все восемь заданий своего варианта. Решения задач должны сопровождаться краткими, обоснованными пояснениями, используемые формулы нужно выписать.

ОСОБЕННОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

Необходимо придерживаться следующих правил:

- контрольные работы выполняются в тетради в клетку, с отчерченными полями, все страницы должны быть пронумерованными в верхнем углу;
- последовательность заполнения тетради: условие задачи №1 (полностью) – ее решение, условие задачи №2 – ее решение и т. д.;
- после решения последней задачи приводится список используемой литературы с указанием издательства и года издания, личная подпись и дата выполнения работы;
- работа высыпается на рецензирование в соответствии с учебным графиком. После получения зачленной работы, Вы должны внести исправления в соответствии с рецензией и показать их преподавателю во время экзаменационной сессии до экзамена.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Задание №1

Найдите пределы функций:

1. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{6}{x^2 - 9} - \frac{1}{x - 3} \right)$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^2 + 3x}$

2. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(-\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x + 1} \right)$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x - 2}$

3. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 9}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 - 1} - x \right)$

4. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x}{x^2 - 4x^3}$

5. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{3x^2 + 2x}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 5x} - x \right)$

6. а) $\lim_{x \rightarrow -1.5} \frac{4x^2 - 9}{2x + 3}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x^2}{5x^3 - x}$

7. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{x}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - x^2}{x^3 + 3x^2 - 1}$

8. а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5 - x}{3 - \sqrt{2x - 1}}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x^3 + 1}$

9. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x^3 + 2x}{x^4}$

10. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 9}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x + 1}{3x^3 + x^2 + 1}$

Методические указания по выполнению задания №1

Приведем основные теоремы, на которых основано вычисление пределов:

- Если существуют $\lim_{x \rightarrow a} f_1(x)$ и $\lim_{x \rightarrow a} f_2(x)$, то

a) $\lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) \pm f_2(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f_1(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} f_2(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) \cdot f_2(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f_1(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} f_2(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f_1(x)}{\lim_{x \rightarrow a} f_2(x)}$, если $\lim_{x \rightarrow a} f_2(x) \neq 0$

- Если существует $\lim_{x \rightarrow a} \varphi(x)$ и $f(x)$ элементарная функция, то

$\lim_{x \rightarrow a} f(\varphi(x)) = f(\lim_{x \rightarrow a} (\varphi(x)))$

Пример: Найдите пределы:

- $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x - 3}{\log_2(x^2 + 1)}$; функция $f(x) = \frac{x^2 + 5x - 3}{\log_2(x^2 + 1)}$ определена в определенной точке $x = -1$, следовательно имеем:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x - 3}{\log_2(x^2 + 1)} = \frac{(-1)^2 + 5 \cdot (-1) - 3}{\log_2((-1)^2 + 1)} = \frac{1 - 5 - 3}{\log_2 2} = \frac{-7}{1} = -7$$

- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\lg|x|} + 2 \cos x \right)$; функция $f(x) = \frac{x}{\lg|x|} + 2 \cos x$ в предельной точке $x = 0$, не определена.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\lg|x|} + 2 \lim_{x \rightarrow 0} \cos x = \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\lg|x|} + 2 \lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 0 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 2$$

$\lim_{x \rightarrow 0} x = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\lg|x|} = 0$ произведение бесконечно малых величин.

- $\lim_{x \rightarrow \infty} (x \lg x - 2^{-x})$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \lg x = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{-x} = 0, \text{ тогда } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x \lg x - 2^{-x}) = +\infty + 0 = +\infty.$$

Задание №2

Найдите производные функций:

1. а) $y = 6\sqrt{x} - \frac{1}{x^2} + 5$

б) $y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{x}{2} - \operatorname{tg} \frac{x}{2}$

2. а) $y = \sqrt{1+3x^3}$

б) $y = \operatorname{arctg} 5x$

3. а) $y = \frac{2x}{\sqrt{1+x}}$

б) $y = \ln(\operatorname{tg} x)$

4. а) $y = 3x^3 \sqrt[3]{x^2} - \frac{7}{x} + e$

б) $y = \ln \sqrt{3-2x^3}$

$$5. \text{ a)} y = \frac{9x^2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x^2} + 4$$

$$6) y = \ln \sin \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}$$

$$6. \text{ a)} y = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$6) y = \sin^2 3x + \ln 2$$

$$7. \text{ a)} y = e^{\sqrt{x^2+1}}$$

$$6) y = \sin^2 \frac{x}{3} - \operatorname{ctg} \frac{x}{3}$$

$$8. \text{ a)} y = x^2 \sqrt{x} + \ln \sqrt{2} - \frac{1}{x^4}$$

$$6) y = e^{\sin^2 x}$$

$$9. \text{ a)} y = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}} + \ln 3$$

$$6) y = e^{\cos^2 \frac{x}{2}}$$

$$10. \text{ a)} y = \frac{3}{8} x^3 \sqrt[3]{x^2} + \frac{7}{x^2}$$

$$6) y = \frac{1-\sin 2x}{1+\sin 2x}$$

Методические указания по выполнению задания №2

Производной функции $y=f(x)$ в точке x называется предел отношения приращения функции Δy к приращению аргумента Δx , когда приращение аргумента стремится к нулю:

$$y'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Основные правила дифференцирования элементарных функций:

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$C' = 0, \quad x' = 1$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(U \pm V)' = U' \pm V'$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(U \cdot V)' = U'V - UV'$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\operatorname{arcctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

Пусть функция $y=y(U)$, $U=U(x)$ – дифференцируемые функции. Тогда сложная функция $y=y(U(x))$ также дифференцируемая функция, причем:

$$y'_x = y'_U \cdot U'_x \text{ или } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dU} \cdot \frac{dU}{dx}$$

Это правило распространяется для любого конечного числа дифференцируемых функций: производная сложной функции равна произведению производных функций, её составляющих.

Пример: Найдите производные функций:

1. Для нахождения производной применим формулы:

$(U \cdot V)'$ - производная произведения.

$(x^n)'$ - производная степенной функции.

$(\log_a x)'$ - производная логарифмической функции (см. таблицу)

$$y = x^2 \log_4 x$$

$$y' = (x^2 \log_4 x)' = (x^2)' \log_4 x + x^2 (\log_4 x)' = 2x \log_4 x + x^2 \cdot \frac{1}{x \ln 4} = 2x \log_4 x + \frac{x}{\ln 4}$$

2. Применяем формулы производной сложной функции:

$$y = \cos^2 \frac{x}{6}$$

$$y' = \left(\cos^2 \frac{x}{6} \right)' = 2 \cos \frac{x}{6} \cdot \left(\cos \frac{x}{6} \right)' = 2 \cos \frac{x}{6} \cdot \left(-\sin \frac{x}{6} \right) \cdot \left(\frac{x}{6} \right)' = -2 \cos \frac{x}{6} \sin \frac{x}{6} \cdot \frac{1}{6} = -\frac{1}{3} \cos \frac{x}{6} \sin \frac{x}{6}$$

Задание №3

Исследуйте функцию и постройте ее график:

$$1. \quad y = \frac{1}{6}x^3 + x^2 + 1$$

$$2. \quad y = x^3 - 3x^2$$

$$3. \quad y = x^3 - 2x^2 + x$$

$$4. \quad y = x^4 - 2x^2 + 5$$

$$5. \quad y = x^3 + 2x^2 - 4x$$

$$6. \quad y = -x^3 + x$$

$$7. \quad y = -x^4 + 8x^2 + 9$$

$$8. \quad y = x - \sqrt{x}$$

$$9. \quad y = x \ln x$$

$$10. \quad y = (x-1)e^x$$

Методические указания по выполнению задания №3

Общая схема исследования функции и построение её графика.

- Найдите область определения функции.
- Исследуйте функцию на четность или нечетность, на периодичность.
- Найдите промежутки знакопостоянства.
- Найдите промежутки монотонности функции, её экстремумы.
- Найдите промежутки выпуклости графика функции, ее точки перегиба.
- Постройте график функции, используя полученные результаты исследования.

Пример: Постройте график функции $y = \frac{x^2}{x+1}$
 $x+1 \neq 0$

1. ОДЗ: $x \neq -1$

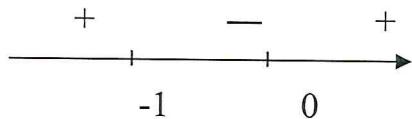
$$x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$$

2. $y(-x) = \frac{x^2}{-x+1} \neq y(x) \neq -y(x) \Rightarrow$ функция не является четной и не является нечетной, не периодичная.

$$\frac{x^2}{x+1} = 0$$

$$3. x^2 = 0 \quad x+1 \neq 0$$

$$x = 0 \quad x \neq -1$$



$$y(-2) = \frac{4}{-2+1} < 0$$

$$y(-0.5) = \frac{0.25}{-0.5+1} > 0$$

$$y(1) = \frac{1}{1+1} > 0$$

4. Найдем производную данной функции:

$$y' = \left(\frac{x^2}{x+1} \right)' = \frac{2x(x+1) - x^2}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$$

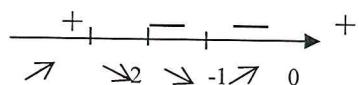
$$\frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = 0$$

$$x^2 + 2x = 0 \quad (x+1)^2 \neq 0$$

$$x(x+2) = 0 \quad x \neq -1$$

$$x = 0 \text{ или } x+2 = 0$$

$$x = -2$$



Исследуемая функция в промежутках $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$ возрастает, а для $x \in (-2; -1) \cup (-1; 0)$ - убывает. Точка $x=-2$ - точка максимума, $y(-2)=-4$; точка $x=0$ - точка минимума, $y(0)=0$.

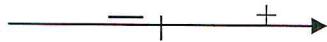
5. Найдем вторую производную функции:

$$y'' = \left(\frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} \right)' = \frac{(2x+2)(x+1)^2 - (x^2 + 2x) \cdot 2(x+1)}{(x+1)^4} = \frac{2}{(x+1)^3}$$

$$\frac{2}{(x+1)^3} = 0$$

$$x+1 \neq 0$$

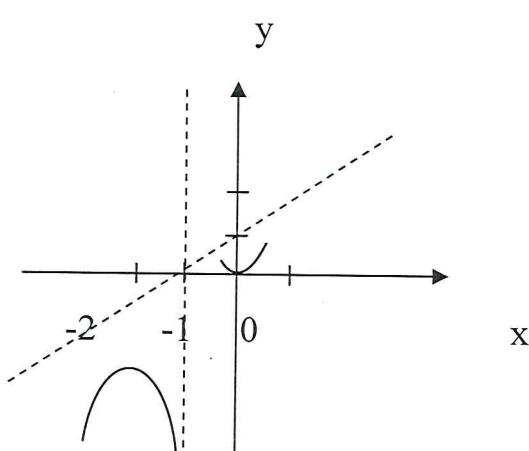
$$x \neq -1$$



$x \in (-\infty; -1)$ $y'' < 0 \Rightarrow$ выпуклость направлена вверх

$x \in (-1; +\infty)$ $y'' > 0 \Rightarrow$ выпуклость направлена вниз.

6. По полученным данным строим график функции:



Задание №4

Найдите интегралы:

$$1. \int \frac{e^x dx}{5 - 3e^x}$$

$$2. \int e^{\cos x} \cdot \sin x dx$$

$$3. \int \frac{(6x - 5)dx}{2\sqrt{3x^2 - 5x + 6}}$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(7x + 1)^2}}$$

$$5. \int \frac{\sin 2x dx}{\cos^3 2x}$$

$$6. \int e^{x^2 - 6x} \cdot (x - 3) dx$$

$$7. \int \frac{\cos x dx}{4 + 3 \sin x}$$

$$8. \int 7^{\cos x} \cdot \sin x dx$$

$$9. \int \frac{\cos 5x dx}{\sin^4 5x}$$

$$10. \int \sin^4 2x \cdot \cos 2x dx$$

Методические указания по выполнению задания №4

Неопределенным интегралом функции $y=f(x)$ называется совокупность первообразных для данной функции:

$$\int f(x) dx = F(x) + C, \text{ где } (F(x) + C)' = f(x) \quad d(F(x) + C) = f(x) \cdot dx$$

Свойства неопределенного интеграла и таблицу интегрирования элементарных функций Вы найдете в любом справочнике по математике или в предложенных в списке литературы учебных пособиях. Это поможет проинтегрировать любую функцию.

Замена переменной в неопределенном интеграле производится с помощью подстановки:

$$\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \left| \begin{array}{l} g(x) = t \\ dt = g'(x) dx \end{array} \right| = \int f(t) dt = F(t) + C = F(g(x)) + C$$

Пример: Найдите интегралы:

$$1. \int \cos 3x dx = \left| \begin{array}{l} 3x = t \\ dt = 3dx \end{array} \right| = \frac{1}{3} \int \cos t dt = -\frac{1}{3} \sin t + C = -\frac{1}{3} \sin 3x + C$$

$$2. \int \frac{e^x}{x^2} dx = \left| \begin{array}{l} \frac{3}{x} = t \\ dt = -\frac{3}{x^2} dx \end{array} \right| = -\frac{1}{3} \int e^t dt = -\frac{1}{3} e^t + C = -\frac{1}{3} e^{\frac{3}{x}} + C$$

$$3. \int \frac{1-4 \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx = \left| \begin{array}{l} 1-4 \arcsin x = t \\ -4 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = dt \end{array} \right| = -\frac{1}{4} \int t dt = -\frac{1}{4} \cdot \frac{t^2}{2} + C = -\frac{1}{8} (1-4 \arcsin x)^2 + C$$

Задание №5

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями, используя определенный интеграл. Сделайте чертеж.

- | | |
|---|--|
| 1. $y = x^2$, $y^3 = x$ | 6. $x - y - 5 = 0$, $2x - 3y - 6 = 0$, $y = 0$ |
| 2. $y = x^2 - x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ | 7. $y = x^2 + 1$, $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$ |
| 3. $y = x^2 - 4x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 5$ | 8. $y = 5x - x^2 + 6$, $y = 0$ |
| 4. $y = x^2 + 2$, $y = 2x + 2$ | 9. $y = 6x - x^2 - 5$, $y = 0$ |
| 5. $x + 2y + 1 = 0$, $x + y - 5 = 0$, $y = 0$ | 10. $y = -x^2 + 4x$, $y = 0$ |

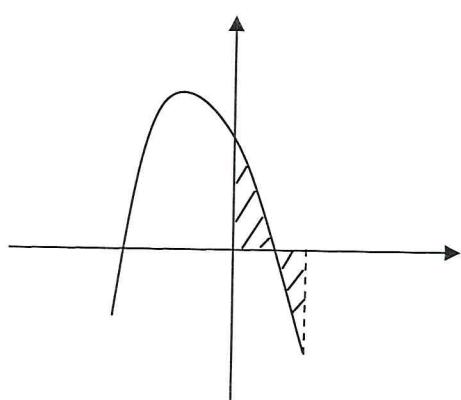
Методические указания по выполнению задания №5

Формула Ньютона – Лейбница для вычисления определенного интеграла:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Пример: Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 - 2x + 3$, осями координат и прямой $x=2$.

Построим данные линии:



Найдем точки пересечения графика функции с осью Ох:

$$y = -x^2 - 2x + 3$$

$$-x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = -3$$

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 (-x^2 - 2x + 3) dx + \left| \int_1^2 (-x^2 - 2x + 3) dx \right| = \left(-\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x \right) \Big|_0^1 + \left| \left(-\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x \right) \Big|_1^2 \right| = \\ &= \frac{5}{3} + \left| \left(-\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x \right) \Big|_1^2 \right| = \frac{5}{3} + \left| -\frac{7}{3} \right| = \frac{5}{3} + \frac{7}{3} = \frac{12}{3} = 4 (\text{кв. ед.}) \end{aligned}$$

Задание №6

1. Определите с точностью до 0,1 тыс. руб. удельный вес каждой статьи затрат в общей сумме затрат.

Статьи затрат	Сумма, тыс. руб.	В процентах к итогу
Расходы на оплату труда		52,20
Отчисления на социальные нужды		13,30
Амортизационные отчисления		12,59
Материалы и топливо		2,13
Запасные части		0,31
Электроэнергия со стороны для производственных нужд		10,60
Плата за каналы АО «Ростелеком»		6,20
Прочие расходы		2,67
Итого	86796,5	100

2. Определите отклонение от плана по видам исходящего платного обмена в денежном измерении и в процентах с точностью до 0,1%.

Виды исходящего платного обмена	План, тыс. руб.	Выполнение плана, тыс. руб.	Отклонение от плана, тыс. руб.	Отклонение от плана в %
Письма и бандероли простые и заказные	2191,2	2064,1		
Письма и бандероли ценные	120,3	132,4		
Денежные переводы	98,7	102,4		
Посылки	76,5	80,3		
Телеграммы	34,3	28,1		

3. Внедрение автоматизированного способа обработки информации снизило расходы на ее обработку с 238200 руб. до 50175 руб. Определите, на сколько процентов снизились расходы на обработку информации.

4. Определите с точностью до 0,1% выполнение планов доходов предприятия связи.

Показатели	Доходы за предыдущий период, тыс. руб.	Плановые доходы, тыс. руб.	Фактические доходы, тыс. руб.	Фактическое выполнение в % к предыдущему периоду	Фактическое выполнение в % к плану
Доходы в том числе по:					
переводам	210,3	392,4	380,6		
посылкам	187,4	190,3	206,4		
телеграммам	78,1	80,1	79,3		
прочие	65,9	66,3	50,8		

5. Определите с точностью до 0,01% структуру основных производственных фондов по данным, приведенным в таблице.

Виды основных производственных фондов	Стоимость, млн. руб.	В процентах к итогу
Здания	288271,2	
Передаточные устройства	129176,3	
Машины и оборудование	318751,3	
Транспортные средства	135200,1	
Измерительные приборы, инструменты	1620,7	
Прочие основные фонды	380,2	
Итого		

6. При строительстве линии связи потери кабеля при монтаже составила 15,6м, что соответствует 0,3% от длины используемого кабеля. Определите протяженность линии связи.

7. Определите средний процент выполнения плана реализации знаков почтовой оплаты за I квартал 1998г (точность 0,1%).

Месяц	План, тыс. руб.	Фактическое выполнение плана, тыс. руб.	Процент выполнения плана
Январь		750,3	98,8
Февраль		780,5	101,3
Март		790,4	102,3

I квартал			
-----------	--	--	--

8. Определите с точностью до 0,01% структуру основных производственных фондов по данным, приведенным в таблице.

Виды основных производственных фондов	Стоимость, млн. руб.	В процентах к итогу
Здания	635000,1	
Передаточные устройства	438900	
Машины и оборудование	190500,5	
Транспортные средства	125650,2	
Измерительные приборы, инструменты	1820,5	
Прочие основные фонды	680,4	
Итого		

9. Определите рост доходов по принятым переводам с точностью до 0,1% по отношению к 1994г.

Наименование	1994г.	1995г.	1996г.	1997г.
Доходы, тыс. руб.	1182,1	1206,3	1221,5	1247,6
Рост доходов				

10. Определите с точностью до 0,1% выполнение плана доходов предприятия связи.

Показатели	Доходы за предыдущий период, тыс. руб.	Плановые доходы, тыс. руб.	Фактические доходы, тыс. руб.	Фактическое выполнение в % к предыдущему периоду	Фактическое выполнение в % к плану
Доходы в том числе по:					
переводам	310,5	390,2	370,1		
посылкам	217,4	210,1	215,4		
телеграммам	96,5	62,4	54,2		
прочие	64,3	73,1	82,1		

Методические указания по выполнению задания №6

Во всех расчетах, связанных с процентными вычислениями, участвуют следующие величины: число N, составляющее n%; число a – часть числа N, составляющего p%. Связь этих величин можно представить в виде следующей пропорции:

$$N : a = n : p \text{ или } N - n\%$$

$$a - p\%$$

Пример 1: В связи с внедрением новой технологии эксплуатационные расходы снизились на 4% и составили 750тыс. руб. Определите сумму, на которую снизились эксплуатационные расходы.

Решение: Необходимо обратить внимание, что фактически достигнутый уровень показателей отличается от планового задания и составляет не 100%, а меньше 100% на 4%, т. е. Фактические расходы составляют $100-4=96\%$.

750 тыс. руб. – 96%
 х тыс. руб. – 4%
 $x = \frac{750 \cdot 4}{96} = 31,25$ тыс. руб.

Пример 2: Начислите подоходный налог с заработной платы, если он взымается в размере 12% с суммы, превышающей минимальную заработную плату (на 1.06.98г. она составляла 85руб.).

Табельный номер	Начислено, руб.	Подоходный налог, руб.	К оплате, руб.
15	650	67,8	582,2
16	350	31,8	318,2

Решение: Найдем сумму превышающую минимальную заработную плату: $650-85=565$ руб.

От этой суммы находим 12%, это и будет сумма подоходного налога.
 565руб. – 100%
 х руб. – 12%
 $x = \frac{565 \cdot 12}{100} = 67,8$ руб.

Тогда, к оплате: $650-67,8=582,2$ руб.

Аналогичным образом начисляется подоходный налог с заработной платы 350 руб.

Пример 3: В отчетном периоде балансовая прибыль предприятия снизилась на 6,5%, что в денежном измерении составило 152,8 тыс. руб. Определите планируемую прибыль.

Решение: 152,8 тыс. руб. – 6,5%

х тыс. руб. – 100%
 $x = \frac{152,8 \cdot 100}{6,5} = 2350,77$ тыс. руб.

Пример 4: Определите с точностью до 0,1 тыс. руб. запланированные доходы по платным услугам связи.

Виды исходящего платного обмена	Доходы, тыс. руб.		Рост в процентах
	План	Фактическое выполнение	
Письма и бандероли простые и заказные	817,9	846,5	103,5

Письма и бандероли ценные	660,7	705,6	106,8
Денежные переводы	1961,8	1987,3	101,3
Телеграммы	426,3	430,1	100,9

Решение: По условию задачи фактическое выполнение плана составляет 103,5%.

Необходимо найти плановые показатели, которые составляют 100%.

846,5 тыс. руб. – 103,5%

х тыс. руб. – 100%

$$x = \frac{846,5 \cdot 100}{103,5} = 817,9 \text{ тыс. руб.}$$

Пример 5: Проанализируйте динамику изменения балансовой прибыли в процентах по отношению к 1994г (точность 0,1%).

Показатель	1994	1995	1996	1997
Балансовая прибыль, тыс. руб.	1452,8	1498,3	1502,5	1586,5
Рост балансовой прибыли в % к 1994г.	100	103,1	103,4	109,2

Решение: Поскольку необходимо проанализировать динамику изменения балансовой прибыли по отношению к 1994 г, то рост балансовой прибыли в 1994г составляет 100%.

1452,8 – 100%

1498,3 – х %

$$x = \frac{1498,3 \cdot 100}{1452,8} = 103,1\%.$$

Решение по другим пунктам этой задачи выполняется аналогично.

Пример 6: Определите с точностью до 0,01% выполнение плана годовой продукции предприятием по кварталам и за год по данным, приведенным в таблице.

Квартал	План, тыс. руб.	Фактическое выполнение плана, тыс. руб.	Выполнение плана, %
I	3920,7	4020,4	102,5
II	4243,5	4273,5	100,7
III	4187,8	4205,2	100,4
IV	4558	4592	100,8
Всего за год	16910,0	17091,1	101,1

Решение: По условию задачи план составляет 100%, тогда фактическое выполнение плана будет определяться соотношением

3920,7 – 100%

4020,4 – х %

$$x = \frac{4020,4 \cdot 100}{3920,7} = 102,5 \%$$

Решение по другим пунктам этой задачи выполняется аналогично.

Задание №7

Найдите вероятность случайного события:

1. Шеститомное собрание сочинений Н. В. Гоголя поместили на полку в случайном порядке. Какова вероятность того, что тома стоят в порядке возрастания номеров?
2. Карточка «Спортлото» содержит 49 чисел. В тираже участвуют 6 чисел. Какова вероятность того, что верно будет угадано 6 чисел?
3. Брошена игральная кость. Какова вероятность того, что выпадет нечетное число очков? Что выпадет «шестерка»?
4. Имеется 100 деталей, из которых возможны 4% бракованных. Какова вероятность того, что верно будет угадано 5 чисел?
5. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «крыша». Ребенок рассыпал буквы и собрал в произвольном порядке. Найдите вероятность того, что у него снова получится слово «крыша».
6. В урне 7 красных и 6 синих шаров. Из урны наугад вынимаются два шара. Найдите вероятность того, что они разного цвета.
7. Карточка «Спортлото» содержит 36 чисел. В тираже участвуют 5 чисел. Какова вероятность того, что верно будет угадано 4 числа?
8. Экзаменационные билеты пронумерованы от 1 до 35. Какова вероятность того, что наудачу взятый билет, имеет номер кратный пяти?
9. В партии из 20 лампочек 3 бракованных. Из партии выбираются наугад 5 лампочек. Найдите вероятность того, что среди этих пяти лампочек окажется две бракованных.

Методические указания к выполнению задания №8

Основные понятия комбинаторики

Размещения

Пусть имеется множество, содержащее n элементов. Каждое его упорядоченное подмножество, содержащее по m элементов, называется размещением из n элементов по m ($0 \leq m \leq n$).

Число размещений из n элементов по m элементов в каждом обозначают A_n^m и вычисляют по формуле: $A_n^m = n(n-1)(n-2) \cdot K \cdot (n-m+1)$ или формулу можно записать в другом виде: $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$. Считаем, что $A_n^0 = 1$.

Перестановки

Размещения из n элементов по m элементов называются перестановками из n элементов (частный случай размещения).

Число перестановок из n элементов данного множества обозначают P_n и вычисляют по формуле: $P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$

Сочетания

Подмножество из m элементов, составленное на множестве из n элементов, называется сочетанием из n элементов по m элементов.

Число подмножеств по m элементов в каждом, содержащихся во множестве из n элементов, обозначают C_n^m и вычисляют по формуле: $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!}$.

Случайные события. Вероятность события.

Случайное событие – событие, связанное с данным испытанием, которое при осуществлении испытания может произойти, а может и не произойти. События обозначаются большими латинскими буквами (A, B, ...).

Событие в данных условиях называется *достоверным*, или в результате опыта оно непременно произойдет, и невозможным, если оно заведомо не произойдет.

Говорят, что несколько событий в данном опыте образуют полную систему событий, если в результате опыта непременно должно произойти хотя бы одно из них.

Числовая мера степени объективной возможности события – это вероятность события. Вероятность события A обозначается $P(A)$.

Пусть из систем n несовместных равновозможных исходов испытания m исходов благоприятствуют событию A. Тогда *вероятностью события A* называют отношение m числа исходов, благоприятных событию A, к числу всех исходов данного испытания: $P(A) = \frac{m}{n}$. Это формула носит название классического определения вероятности.

Если B – достоверное событие, то $m=n$ и $P(B)=1$.

Если C – невозможное событие, то $m=0$ и $P(C)=0$.

Если A – случайное событие, то $m \leq n$ и $P(A) \leq 1$.

Таким образом, вероятность события заключается в следующих пределах: $0 \leq P(A) \leq 1$.

Пример: Найдите вероятность случайного события.

В партии из 24 деталей 5 бракованных. Из партии выбирают наугад 6 деталей. Найдите вероятность того, что среди этих 6 деталей 2 окажутся бракованными (событие В).

Число равновозможных независимых исходов равно:

$$n = C_{24}^6 = \frac{24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 134596$$

Подсчитаем число m исходов, благоприятных событию В. Среди 6 взятых наугад деталей 2 бракованных и 4 стандартных. Две бракованные можно выбрать из 5: $C_5^2 = 10$ способами, а 4 стандартных – из 19: $C_{19}^4 = 3876$ способами.

Каждая комбинация бракованных может сочетаться с каждой комбинацией стандартных деталей, поэтому: $m = C_5^2 \cdot C_{19}^4 = 3876 \cdot 10 = 38760$.

$$\text{Следовательно: } P(B) = \frac{C_5^2 \cdot C_{19}^4}{C_{24}^6} = \frac{38760}{134596} \approx 0.3.$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Алпатов А.В. Математика [Электронный ресурс] : учебное пособие для СПО / А.В. Алпатов. Электрон. текстовые данные. Саратов: Профобразование, 2017. 96 с. URL: <http://www.iprbookshop.ru/65731.html> ЭБС «IPRbooks», по паролю.
2. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. 5-е изд., перераб. и доп. Москва : Издательство Юрайт, 2020. 401 с. (Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7. Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. URL: <https://biblio-online.ru/bcode/449006>, URL: для авторизир. пользователей по паролю.
3. Матвеева, Т. А. Математика : учебное пособие для СПО / Т. А. Матвеева, Н. Г. Рыжкова, Л. В. Шевелева ; под редакцией Д. В. Александрова. 2-е изд. Саратов, Екатеринбург : Профобразование, Уральский федеральный университет, 2019. 215 с. ISBN 978-5-4488-0397-0, 978-5-7996-2868-0. Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. URL: <http://www.iprbookshop.ru/87821.html>. URL: для авторизир. пользователей по паролю.
4. Ахметгалиева В.Р. Математика. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ахметгалиева В.Р., Галяутдинова Л.Р., Галяутдинов М.И. Электрон. текстовые данные. М.: Российский государственный университет правосудия, 2017. 60 с. URL: <http://www.iprbookshop.ru/65863.html>. ЭБС «IPRbooks», по паролю.
5. Гилярова М.Г. Математика для медицинских колледжей [Электронный ресурс]: учебник/ Гилярова М.Г. Электрон. текстовые данные. Ростов-на-Дону: Феникс, 2016. 444 с. URL: <http://www.iprbookshop.ru/59323.html>. ЭБС «IPRbooks», по паролю.
6. Седова, Н. А. Дискретная математика : учебник для СПО / Н. А. Седова, В. А. Седов. Саратов : Профобразование, 2020. 329 с. ISBN 978-5-4488-0451-9. Текст

- : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. URL: <http://www.iprbookshop.ru/89997.html>. URL: для авторизир. пользователей по паролю.
7. Тетруашвили, Е. В. Математика : практикум / Е. В. Тетруашвили, В. В. Ершов. Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. 159 с. ISBN 978-5-4486-0220-7. Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. URL: <http://www.iprbookshop.ru/71567.html>. URL: для авторизир. пользователей по паролю.
 8. Образовательный математический сайт [Электронный ресурс]//Математика: [сайт]. URL: <http://www.exponenta.ru>
 9. Образовательный математический сайт [Электронный ресурс]//Математический анализ: [сайт]. URL: <http://www.math24.ru>
 - 10.Образовательный математический сайт [Электронный ресурс]//Математика: [сайт]. URL: <http://www.allmath.ru>